Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №1

«Принятие решений в неструктурированных задачах

на основе методов экспертного анализа»

Вариант № 3

Выполнила Проверил:

студент группы 950501: Туровец Н.О.

Деркач А.В.

Минск 2022

**1. Исходные данные для выполнения**

Требуется обеспечить связь с некоторой отдаленной территорией. Предлагаются следующие варианты: 1) запустить спутник связи (А1); 2) приобрести право на использование каналов связи, обеспечиваемых уже имеющимся спутником (А2); 3) построить сеть наземных ретрансляторов (А3); 4) проложить проводную линию связи (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

* первый эксперт: лучший вариант - приобретение каналов связи, значительно хуже - запуск спутника, еще нем­ного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще хуже - прокладка проводной линии;
* второй эксперт: лучший вариант - запуск спутника, немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще немного хуже - приобретение каналов связи, самый худший вариант - прокладка проводной линии;
* третий эксперт: лучший вариант - приобретение каналов связи, немного хуже - строительство сети ретрансля­торов, еще немного хуже - запуск спутника, значительно хуже - прокладка проводной линии.

**2. Алгоритм Саати**

Метод Саати основан на сравнении альтернатив, выполняемом одним экспертом. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, в какой степени одна из них предпочтительнее другой.

**1** На основе оценок первого эксперта заполняется матрица парных сравнений (см. таблицу 2.1) размером *N*x*N*, где *N* – количество альтернатив.

Таблица 2.1 — Матрица парных сравнений

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **А1** | **А2** | **А3** | **А4** |
| **А1** | 1 | 1/5 | 3 | 5 |
| **А2** | 5 | 1 | 7 | 9 |
| **А3** | 1/3 | 1/7 | 1 | 3 |
| **А4** | 1/5 | 1/9 | 1/3 | 1 |

**2** Затем находятся цены альтернатив - средние геометрические строк матрицы:

*i* = 1,...,*N*.

Это означает, что элементы строки перемножаются, и из их произведения извлекается корень *N*-й степени.

Для данного примера:

**3** Находим сумму цен альтернатив:

В данном примере *C* = 1.32 + 4.21 + 0.61 + 0.29 = 6.44

**4** После этого находятся веса альтернатив:

*Vi* = *Ci*/*C*, *i* = 1,...,*N*.

*V*1 = 1.32/6.44 = 0.204; *V*2 = 4.21/6.44 = 0.654; *V*3 = 0.61/6.44 = 0.096; *V*4 = = 0.29/6.44 = 0.046

Наиболее предпочтительной, по мнению эксперта, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

Таким образом, по мнению эксперта, наиболее эффективной является приобрести право на использование каналов связи; следующая за ней – запустить спутник связи, менее эффективна построить сеть наземных ретрансляторов, наименее эффективна проложить проводную линию связи.

Следующим шагом выполняется **проверка экспертных оценок на непротиворечивость**, которая позволяет выявить ошибки, которые мог допустить эксперт при заполнении матрицы парных сравнений.

**1** Для этого сначала находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

 *j* = 1,...,*N*.

*R*1 = (1+5+1/3+1/5) = 6.533; *R*2 = 1.454; *R*3 = 11.333; *R*4 = 18.000

**2** Затем рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:



λ = 6.533 ⋅ 0.204 + 1.454 ⋅ 0.654 + 11.333 ⋅ 0.096 + 18 ⋅ 0.046 = 4.19

**3** Находим величину, называемаю индексом согласованности (*ИС*):

*ИС* = (λ - *N*)/(*N* - 1).

Для данного примера *ИС* = (4.19 - 4) / (4 - 1) = 0.063

**4** В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для *N* = 4) *СлС* = 0.90

**5** Последним шагом находим отношение согласованности:

*ОС* = *ИС* / *СлС*

Если отношение согласованности превышает 0.2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений.

В данном примере *ОС* = 0.063/0.9 = 0.07. Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

**3. Метод предпочтений**

Метод основан на ранжировании альтернатив, выполняемом группой экспертов. Каждый из экспертов (независимо от других) выполняет ранжирование альтернатив, т.е. указывает, какая из альтернатив, по его мнению, является лучшей, какая - следующей за ней, и т.д.

**1** Каждому эксперту предлагается выполнить ранжирование альтернатив по предпочтению. В данном примере каждый эксперт присваивает номер 1 фактору, который (по его мнению) оказывает наибольшее влияние на рост производительности труда; 2 - следующему по важности фактору, и т.д. Оценки, указанные экспертами, сводятся в таблицу (матрицу) размером *M*x*N*, где *M* - количество экспертов, *N*- количество альтернатив (в данном примере - количество факторов роста производительности труда). Обозначим эти оценки как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Ранжирование альтернатив по предпочтению представлено в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Матрица экспертных оценок

для метода предпочтений

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Эксперты** | **Альтернативы (факторы)** | | | |
| **A1** | **A2** | **A3** | **A4** |
| **1** | 2 | 1 | 3 | 4 |
| **2** | 1 | 3 | 2 | 4 |
| **3** | 3 | 1 | 2 | 4 |

**2** Затем производится преобразование матрицы оценок по формуле:

*Bij* = *N* - *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Это означает, что каждая экспертная оценка вычитается из количества альтернатив.

Для данного примера получена матрица, приведенная в таблице 3.2.

Таблица 3.2 — Преобразованная матрица экспертных

оценок для метода предпочтений

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Эксперты** | **Альтернативы (факторы)** | | | |
| **A1** | **A2** | **A3** | **A4** |
| **1** | 2 | 3 | 1 | 0 |
| **2** | 3 | 1 | 2 | 0 |
| **3** | 1 | 3 | 2 | 0 |

**3** После этого находятся суммы преобразованных оценок по каждой из альтернатив:

 *j*=1,...,*N*.

В данном примере *С*1 = 2 + 3 + 1 = 6; *C*2 = 3 + 1 + 3 = 7; *C*3 = 5; *C*4 = 0.

**4** Находится сумма всех оценок:



В данном примере *C* = 6 + 7 + 5 + 0 = 18

**5** Затем находятся веса альтернатив:

*Vj* = *Cj*/*C*, *j*=1,...,*N*.

В данном примере *V*1 = 6/18 = 0.333; *V*2 = 3/18 = 0.389; *V*3 = 5/18 = 0.278; *V*4 = 0/28 = 0.

Чем больше вес, тем более предпочтительной является альтернатива (по мнению экспертов).

В данном примере самой предпочтительной альтернативой является приобретение права на использование каналов связи; следующая по важности альтернатива – запуск спутника связи; еще менее важная - построить сеть наземных ретрансляторов; наименее важная альтернатива – прокладка проводной линии связи.

Для **проверки согласованности мнений экспертов** вычисляется величина, называемая коэффициентом конкордации (*W*). Ее расчет выполняется в следующем порядке.

**1** Находятся суммы оценок, указанных экспертами для каждой из альтернатив:

 *j*=1,...,*N*.

В рассматриваемом примере *S*1 = 2 + 1 + 3 = 6; *S*2 = 1 + 3 + 1 = 5; *S*3 = 7; *S*4 = 12.

**2** Находится вспомогательная величина *A*:

*A* = *M* (*N* + 1)/2.

Для данного примера *A* = 3 (4 + 1)/2 = 7.5

**3** Находится вспомогательная величина S:



Для рассматриваемого примера:

*S* = (6 - 7.5)2 + (5 - 7.5)2 + (7 - 7.5)2 + (12 - 7.5)2 = 29

**4** Последним шагом находится коэффициент конкордации:

.

При *W* ≥ 0.5 степень согласованности экспертных оценок может считаться достаточной. При *W* < 0.5 требуется уточнение и согласование экспертных оценок.

В данном примере *W* = 12 29 / (9 4 15) = 0.6444. Таким образом, уточнение экспертных оценок не требуется. Мнения экспертов в отношении влияния рассматриваемых факторов на производительность труда достаточно близки друг к другу.

**3. Метод ранга**

Метод основан на балльных оценках альтернатив, указываемых несколькими экспертами. Каждый из экспертов (независимо от других) оценивает альтернативы по некоторой шкале (обычно - 10-балльной). Чем более предпочтительной (по мнению эксперта) является альтернатива, тем более высокий балл для нее указывается.

**1** Каждый эксперт указывает оценки альтернатив по 10-балльной шкале. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером *MXN*, где *M* - число экспертов, *N* - число альтернатив. Обозначим эти оценки как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Оценки экспертов представлены в таблице 4.1

Таблица 4.1 — Матрица экспертных оценок для

метода ранга

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Эксперты** | **Альтернативы (факторы)** | | | |
| **A1** | **A2** | **A3** | **A4** |
| **1** | 6 | 10 | 5 | 2 |
| **2** | 10 | 8 | 9 | 3 |
| **3** | 8 | 10 | 9 | 4 |

**2** Далее находятся суммарные оценки альтернатив всеми экспертами:

 *j*=1,...,*N*.

В данном примере *C*1 = 6 + 10 + 8 = 24; *C*2 = 10 + 8 + 10 = 28; *C*3 = 23; *C*5 = 9.

**3** Находится сумма всех оценок:



В примере *C* = 24 + 28 + 23 + 9 = 84

**4** После находятся веса альтернатив:

*Vj* = *Cj*/*C*, *j*=1,...,*N*.

Наиболее предпочтительной, по мнению экспертов, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

В данном примере *V*1 = 24/84 = 0.286; *V*2 = 28/84 = 0.333; *V*3 = 23/84 = 0.274; *V*4 = 9/84 = 0.107.

Таким образом, в данном примере самой предпочтительной альтернативой является приобретение права на использование каналов связи; следующая по важности альтернатива – запуск спутника связи; еще менее важная - построить сеть наземных ретрансляторов; наименее важная альтернатива – прокладка проводной линии связи.

Далее проводится **проверка согласованности экспертных оценок**. Как и для метода предпочтений, проверка согласованности экспертных оценок требуется для выявления существенных различий в мнениях экспертов и определения причин таких различий. Для этого рассчитываются дисперсии (оценки разброса) оценок для каждого эксперта и для каждой альтернативы. Расчет выполняется в следующем порядке.

**1** Сначала находятся средние оценки каждой альтернативы:

 *j*=1,...,*N*.

В данном примере  = 24/3 = 8;  = 28/3 = 9.33;  = 23/3 = 7.67;  = 9/3 = 3.

**2** Находятся дисперсии оценок каждого эксперта:

*D*э*i*= *i*=1,...,*M*.

Эта величина показывает отклонение оценок, указанных *i*-м экспертом для альтернатив, от средних оценок этих альтернатив. Чем больше эта величина, тем больше *отличие мнения i-го эксперта от остальных экспертов*.

В данном примере:

*D*э1 = ((6 - 8)2 + (10 - 9.33)2 + (5 - 7.67)2 + (2 - 3)2) = 4.19

*D*э2 = ((10 - 8)2 + (8 - 9.33)2 + (9 - 7.67)2 + (3 - 3)2) = 2.52

*D*э3 = ((8 - 8)2 + (10 - 9.33)2 + (9 - 7.67)2 + (4 - 3)2) = 1.07

**3** Находятся дисперсии оценок каждой альтернативы:

*D*a*j*= *j*=1,...,*N*.

Эта величина показывает различие оценок, указанных экспертами для *j*-й альтернативы. Чем больше эта величина, тем больше *расхождение мнений экспертов в отношении данной альтернативы*.

В данном примере:

*D*а1 = ((6 - 8)2 + (10 - 8)2 + (8 - 8)2) = 4

*D*а2 = ((10 – 9.33)2 + (8 – 9.33)2 + (10 – 9.33)2) = 1.33

*D*а3 = ((5 – 7.67)2 + (9 – 7.67)2 + (9 – 7.67)2) = 5.33

*D*а4 = ((2 – 3)2 + (3 – 3)2 + (4 – 3)2) = 1

Если величина *D*э*i* оказывается большой (оценки *i*-го эксперта сильно отличаются от оценок, указанных другими экспертами), то *i*-му эксперту предлагается обосновать свои оценки. Если большой оказывается величина Dа*j* (оценки *j*-й альтернативы у экспертов сильно отличаются), то следует проанализировать причины таких расхождений.

В данном примере, возможно, следует предложить обосновать свои оценки первому эксперту. Кроме того, следует обратить внимание на разброс оценок третьей альтернативы.